Jerry Silbert, Douglas Carnine
e Marcy Stein [1]

Insegnare a risolvere i problemi di moltiplicazione e di divisione

I problemi si possono raggruppare in tre gruppi principali. Il primo è costituito dai problemi che richiedono l'addizione e la sottrazione. Il secondo dai problemi che richiedono la moltiplicazione, il terzo da quelli che richiedono la divisione. L'addizione e la sottrazione vengono presentati insieme allo scopo di consentire l'esercizio nella discriminazione. Vengono previsti invece interventi diversi per la moltiplicazione e la divisione dal momento che gli allievi possono apprendere a discriminare ciascuna di queste operazioni dai problemi già appresi in precedenza.

Si introduce un nuovo tipo di problema verbale non appena gli allievi hanno padroneggiato i prerequisiti rilevanti per esso. Per esempio, i problemi di moltiplicazione vengono presentati non appena gli allievi padroneggiano la meccanica della moltiplicazione ed i tipi di problemi già presentati in precedenza. Di conseguenza, non tutti i tipi di problema scritto vengono presentati nello stesso momento. Un nuovo tipo viene in genere presentato subito dopo che viene padroneggiata un'operazione.

Oltre ai vari tipi di problemi verbali vanno considerati i problemi che richiedono l'effettuazione di più passaggi, quelli con numeri grandi, e quelli con i distrattori. I problemi a più passaggi, che in genere vengono presentati verso il terzo anno di scuola, richiedono che gli studenti risolvano due o più operazioni diverse. Il tipo più semplice di problema a più passaggi richiede l'addizione di tre numeri. I problemi a più passaggi diventano più complessi man mano che aumenta il numero e il tipo di calcoli richiesto. I problemi con i numeri grandi sono più difficili perché il calcolo è più difficile e le operazioni richieste sono meno ovvie. Il terzo tipo di problemi, quelli con quantità irrilevanti (distrattori) è il più difficile. Tutti questi tipi di problemi sono elencati e descritti nella tabella numero 1. La tabella presenta solo degli esempi di alcuni dei principali tipi di problemi.

[1] Traduzione ed adattamento a cura di Tommaso di Stefano dal capitolo 12 di CARNINE, SILBERT & STEIN: Direct Instruction Mathematics, Erlbaum 1987.

Tabella 1

Sequenza didattica e scheda di valutazione

Scolarità	Tipo di problema	Indicatore della prestazione
1	Semplici problemi di azione con addizione/sottrazione e traduzione frase per frase.	Aldo aveva 7 mele. Ne ha comprate altre 3 al negozio, quante mele aveva in tutto? Lisa aveva 5 mele. Ne ha comprate altre 3. Quante ne ha ora? Nicola aveva 7 mele. Ne ha date 3 alla sorella. Quante gliene sono rimaste?
1-2a	Problemi di classificazione con addizioni e sottrazioni.	Nel negozio ci sono 8 uomini. Nel negozio ci sono 3 donne. Quante persone si trovano nel negozio? Nel negozio ci sono 8 persone. Tre sono donne. Quanti sono gli uomini? Ramona ha 4 cappelli; 3 sono blu. Quanti cappelli non sono blu?

Scolarità	Tipo di problema	Indicatore della prestazione
2b	Problemi di azione complessa di addizione e sottrazione.	Anna ha venduto questa mattina 5 cappelli. Ne ha venduti 2 nel pomeriggio. Quanti ne ha venduti? Carlo aveva 9 conchiglie dopo aver cercato sulla spiaggia per tutto il giorno. Se ne aveva 3 nella mattina, quante in più ne ha trovate nel pomeriggio? Carla ha bisogno di 15 punti per vincere un premio. Lei ha finora guadagnato 5 punti. Di quanti punti ha ancora bisogno?
2c	Problemi di confronto di addizione e sottrazione.	Aldo ha 7 anni. Alice ne ha 5. Di quanto è più grande Aldo? Il buco A è profondo 5 metri. Il buco B è 7 metri più profondo del buco A. Quanto è profondo il buco B? Il buco A è profondo 5 metri. Il buco B è profondo 7 metri. Di quanto è più profondo il buco B?
2d	Problemi di addizione: sommare tre numeri.	Aldo ha corso per 5 chilometri lunedì, 3 chilometri il martedì e 4 chilometri il mercoledì. Per quanti chilometri ha corso in totale?
3a	Problemi di moltplicazione con le parole ciascuno e ogni.	Aldo ha 4 scatole. In ogni scatola ci sono 6 matite. Quante matite ha Aldo? Maria corre per 5 chilometri ogni giorno. Quanto a lungo avrà corso dopo 3 giorni?
3b	Problemi di moltiplicazione senza le parole ciascuno e molti.	La ditta ABC fabbrica penne. Essi mettono 6 penne in una scatola. Quante penne ci sono in 3 scatole? Carla colleziona palline e le mette dentro delle bottiglie. In una bottiglia lei mette 7 palline. Lei possiede 3 bottiglie piene di palline. Quante palline ne ha dentro le bottiglie?
3c	Problemi di divisione contenenti le parole dividi, spartisci o suddividi in parti uguali.	Ci sono 20 allievi. L'insegnante li vuole dividere in 4 gruppi uguali. Quanti allievi faranno parte di ciascun gruppo? Una madre vuole dividere una torta tra i suoi bambini. La torta ha 18 fette. Ci sono 9 bambini. Quante fette dovrebbe dare a ciascun bambino? Ci sono 30 matite in una scatola. Il signor Adamo le vuole dividere in 6 gruppi uguali. Quante matite faranno parte di ciascun gruppo?
3d	Problemi di addizione/sottrazione con numeri grandi	Aldo ha corso per 214 chilometri a gennaio e per 158 chilometri a febbraio. Quanti chilometri in più ha percorso a gennaio? Nella scuola ci sono 153 studenti. Se nella scuola ci sono

Scolarità	Tipo di problema	Indicatore della prestazione
		61 ragazze, quanti sono i ragazzi?
		Nella nostra scuola si sono iscritti 47 nuovi studenti. Prima ce ne erano 125. Quanti studenti frequentano la scuola adesso?
3e	Problemi di moltiplicazione con numeri grandi.	Ci sono 35 studenti in ogni classe. Nella scuola ci sono 5 classi. Quanti studenti si trovano nella scuola?
		Sara ha lavorato per 2 giorni. Se ha guadagnato 16 punti al giorno, quanto ha guadagnato in tutto?
		Aldo pianta 15 rose all'anno. Quante rose pianterà in 5 anni?
3f	Problemi di divisione senza parole chiave.	Emilio guadagna 8 punti al giorno. Quanti giorni gli ci vorranno per guadagnare 24 punti?
		Rosa corre 2 chilometri al giorno. Quanti giorni le ci vorranno per correre per 8 chilometri?
		Anna ha meritato 3 punti alla settimana. Lei ora ha 12 punti. In quante settimane li ha guadagnati?
3g	Problemi di divisione con il resto.	Ci sono 22 allievi. L'insegnante li vuole dividere in 4 gruppi uguali. Quanti allievi si troveranno in ciascun gruppo?
		Una madre vuole dividere una torta in parti uguali tra i suoi bambini. La torta ha 19 fette. Ci sono 9 bambini. Quante fette dovrebbe dare a ciascun bambino?
3h	Problemi di addizione e sottrazione con distrattori.	In una borsa ci sono 20 matite blu, 5 rosse e 16 penne gialle. Quante matite si trovano nella borsa?
		Aldo pesava 120 chili. Ha corso per 6 chilometri. Ora pesa 117 chili. Quanti chili ha perso?
		Aldo aveva 12 cappelli; 5 di essi erano vecchi. Egli ha dato via 3 vecchi cappelli. Quanti cappelli gli sono rimasti?
4a	Problemi di divisione con numeri grandi.	Anna ha 215 matite. Vuole fare dei fasci ciascuno di 5 matite. Quanti fasci potrà fare?
4b	Problemi di divisione e di moltiplicazione con numeri grandi (divisori a due cifre o fattori a più cifre)	Carla vuole risparmiare 385 lire. Se lei mette nel salvadanaio 35 lire al mese quanti mesi le ci vorranno per risparmiare 385 lire?
		Una fabbrica produce 325 automobili al giorno. Quante automobili produrrà in 25 giorni?
		Un chilo di mele costa 60 lire. Quanto costeranno 20 chili di mele?

Scolarità	Tipo di problema	Indicatore della prestazione
4c	Problemi a più passaggi: tre numeri, la somma di due numeri è sottratta dal terzo numero.	Maria ha venduto 12 matite la mattina. Anna ne ha vendute 15 nel pomeriggio. Quante altre ne dovranno vendere prima di arrivare al totale di 50? Carlo pesava 84 chili. Ha perso 4 chili a maggio e 7 a giugno. Quanto pesava alla fine di giugno? Anna ha venduto 10 penne nella mattinata. Aveva iniziato con 18. Se ne ha vendute altre 2, quante gliene sono rimaste?
4d	Tre numeri: due quantità vengono moltiplicate; il prodotto viene addizionato o sottratto dal terzo numero.	Aldo ha 3 penne in ogni astuccio. Egli ha 5 astucci. Anna ha 16 penne. Chi ha più penne? E quante in più? Anna ha 7 punti. Se lei lavora per 4 ore e guadagna 3 punti l'ora, quanti punti avrà alla fine della giornata?
4e	Tre numeri: due quantità vengono sommate, la somma viene divisa o moltiplicata.	Nella classe ci sono 10 ragazzi e 20 ragazze. In ogni fila si possono sedere 5 studenti. Quante file ci saranno? Anna guadagna 2 punti ogni mattina e 4 punti ogni pomeriggio. Quanto guadagnerà in 6 giorni?
5a	Quattro numeri: due insiemi di quantità vengono moltiplicati, il prodotto di ciascuno viene addizionato.	Pamela ha corso per 5 chilometri al giorno per 3 giorni e per 6 chilometri al giorno per 2 giorni. Per quanti chilometri ha corso in tutto? Maria ha vinto 3 dolci e due bibite. Un dolce vale 10 punti. Una bibita 15 punti. Quanti punti ha usato in tutto Maria?
5b	Cinque numeri: si moltiplicano due insiemi e due prodotti vengono sommati, la somma viene sottratta o addizionata ad una quantità data.	Aldo ha bisogno di 3 punti. Ha lavorato 5 ore lunedì per 2 punti all'ora. Ha lavorato 2 ore martedì per 3 punti l'ora. Di quanti punti ha ancora bisogno? Aldo pesava 153 chili a maggio. È aumentato 3 chili al mese per i successivi 2 mesi. Quindi è aumentato 5 chili al mese nei successivi 3 mesi. Quanto pesa adesso?

Gli insegnanti, soprattutto quelli delle classi più avanzate, dovrebbero esaminare con attenzione i testi prodotti dagli studenti per identificare altre possibili sorgenti di difficoltà. I problemi si rivelano più difficili ai livelli superiori non solo a causa dei distrattori, degli operatori che richiedono l'effettuazione di parecchi passaggi e dei numeri più grandi, ma anche a causa di parole poco familiari e di una sintassi più complessa. Le due frasi sotto riportate illustrano l'importanza della dimensione del numero, del vocabolario e della sintassi.

a. Aldo ha scritto 8 frasi. L'insegnante ne ha cancellate 2.
   Quante ne sono rimaste?
b. Quando l'insegnante ha letto il tema di Aldo ha depennato 17 frasi e 2 paragrafi. Egli aveva scritto inizialmente 52 frasi.
   Quante frasi erano rimaste alla fine?

In entrambi i casi i problemi sono riferiti ad azioni, viene stabilito il totale complessivo originale e si dà

la diminuzione di esso. Gli allievi devono calcolare la differenza. Il problema b. è più difficile per parecchi motivi. Per prima cosa vi è la presenza di termini poco usati: depennato ed inizialmente. Se lo studente non sa che depennare significa eliminare, egli non ha alcun modo per risolvere il problema. In secondo luogo, il totale da cui Aldo parte viene comunicato all'inizio nel problema a. ma nel problema b. viene comunicato dopo che si è dato l'ammontare della diminuzione. Quando il numero più piccolo appare per primo, è più facile che gli allievi sommino. Terzo è la presenza della quantità 2 che deve essere ignorata. Infine, la presenza di numerali maggiori nel problema b. richiede il ricorso al riporto. Gli insegnanti dovrebbero accertarsi che gli allievi si siano esercitati a lungo sui problemi più difficili, tra cui quelli al cui interno si trovano distrattori, numeri più grandi, una sintassi più complessa e un vocabolario poco familiare.

Problemi di moltiplicazione e divisione

La moltiplicazione e la divisione hanno a che fare con problemi verbali che fanno riferimento a raggruppamenti della stessa quantità. Se un problema dà il numero di ciascun raggruppamento e il numero dei raggruppamenti, allora è un problema di moltiplicazione. «Nicola ha 3 mucchi di giocattoli. Ci sono 2 giocattoli in ogni mucchio. Quanti giocattoli ha in tutto?».

Se il problema dice quanti sono in tutto e chiede o quanti sono i raggruppamenti o quanti sono gli oggetti di ogni raggruppamento, questo problema va risolto tramite la divisione. «Nicola ha 6 giocattoli. Vuole dividerli in 3 mucchi. Quanti giocattoli saranno in ciascun mucchio?».

I problemi verbali di moltiplicazione dovrebbero essere introdotti dopo che gli allievi hanno padroneggiato i problemi verbali di addizione e sottrazione ed hanno una strategia valida per la comprensione di 25 o più situazioni di base della moltiplicazione. Questo in genere accade alla fine del secondo o all'inizio del terzo anno di scuola. I problemi verbali di divisione vengono in genere presentati a metà o alla fine del terzo anno, appena gli allievi padroneggiano i problemi verbali di addizione, sottrazione e moltiplicazione e dispongono di una strategia valida per la comprensione di 25 o più situazioni di base della divisione. Sia i problemi di moltiplicazione sia quelli di divisione dovrebbero inizialmente essere riferiti a numeri di una cifra. Man mano che gli allievi apprendono le più difficili operazioni a più cifre, possono iniziare ad affrontare problemi verbali con numeri più grandi.

Problemi verbali di moltiplicazione

I problemi di moltiplicazione in genere contengono una parola o una frase che indica all'allievo che il problema si occupa di raggruppamenti di oggetti aventi la stessa quantità. Le parole «ciascuno» o «ognuno» appaiono nella maggior parte dei problemi di moltiplicazione. Altri indicatori sono la parola «per» o frasi che indicano il raggruppamento in insiemi uguali tipo «in una scatola» o «in una tazza».

«Enzo ha camminato 4 chilometri al giorno. Quanti chilometri ha percorso in 3 giorni?»

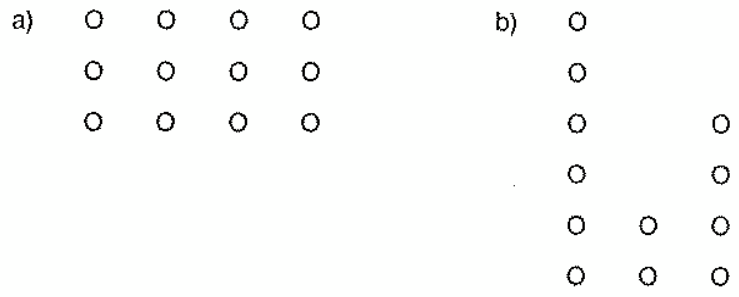
«C'erano 3 palle in una scatola. Ci sono 6 scatole. Quante sono in tutto le palle?»

Prerequisiti

Un prerequisito per i problemi verbali di moltiplicazione consiste nel concetto che la moltiplicazione può essere utilizzata per risolvere problemi in cui ci sono gruppi della stessa grandezza.

Nella figura 2, nella situazione a) ciascun gruppo contiene lo stesso numero di oggetti mentre nella situazione b) ciascun gruppo contiene un numero diverso di oggetti.

Figura 2



Mentre un'equazione contenente una moltiplicazione (3 x 4) o una contenente un'addizione (3 + 3 + 3 + 3) possono risolvere il problema presentato nella situazione a), l'equazione in grado di risolvere il problema b) deve essere un'addizione (6 + 2 + 4).

Lo schema per l'insegnamento dei prerequisiti è riportato nella figura 3.

Figura 3

Schema relativo ai prerequisiti: concetto di uguaglianza tra insiemi

Parte A: spiegazione strutturata alla lavagna

Insegnante	**Allievi**
Scrivete sulla lavagna: O O O O O O O O O O O O O O O O O O O O	
1. Indicate la prima colonna. CONTIAMO E VEDIAMO QUANTI CE NE SONO IN QUESTA PILA. Indicate ciascun cerchietto. QUANTI CE NE SONO IN QUESTA PILA? SCRIVERÒ 5 SOTTO LA PILA..	5
2. Ripetere il passo 1 per ciascuna colonna.	
3. ORA DOBBIAMO SCOPRIRE QUANTI SONO IN TUTTO ADDIZIONANDO 5+5+5+5. MA C'È UN MODO PIÙ VELOCE DI RISOLVERE IL PROBLEMA. OGNI PILA HA LO STESSO NUMERO. CE NE SONO 5 IN OGNI PILA. QUESTA È LA	

Insegnate	Allievi
REGOLA: SE UNA PROBLEMA PRESENTA LO STESSO NUMERO PIÙ VOLTE SI FA LA MOLTIPLICAZIONE.	
QUANDO SI FA LA MOLTIPLICAZIONE?	se il problema presenta lo stesso numero più di una volta.
4. NOI ABBIAMO PIÙ VOLTE A CHE FARE CON IL 5. QUANTE VOLTE NOI INCONTRIAMO IL CINQUE?	
(fate una pausa e date un segnale)	4
PER CORREGGERE: CE NE SONO CINQUE IN CIASCUNA PILA. CI SONO QUATTRO PILE. ALLORA NOI MOLTIPLICHIAMO 5 VOLTE 4. QUANTEO FA 5 PER 4?	
(fate una pausa e date un segnale)	20
ABBIAMO RISOLTO IL PROBLEMA NEL MODO PIÙ VELOCE.	
Ripetete i passaggi da 1 a 4 con 6 file di 2 e 5 file di 3.	

Parte B: scheda strutturata

Date agli allievi delle schede con un insieme di problemi che presentano e non presentano file della stessa dimensione.

a.
O O O
O O O
O O O
O O O
O O O
O O O
6 6 6

b.
O
O
O O
O O
O O O
O O O
4 6 2

c.
O O
O O
O O
O O
4 4

d.
O
O
O O
O O
O O
5 3

e.
O O O O O
O O O O O
O O O O O
O O O O O
O O O O O
5 5 5 5 5

f.
O
O O
O O O
O O O
2 4 3

1. NOI VOGLIAMO INDOVINARE IL NUMERO TOTALE DEGLI OGGETTI IN CIASCUN DISEGNO.

2. SE NOI CI TROVIAMO DI FRONTE ALLO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE, NOI POSSIAMO RISOLVERE IL PROBLEMA NEL MODO PIÙ VELOCE MEDIANTE LA MOLTIPLICAZIONE.

Insegnanti	Allievi
3. SE IL PROBLEMA NON CI METTE DI FRONTE ALLO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE, NOI DOBBIAMO FARE L'ADDIZIONE.	
4. SE IL PROBLEMA NON CI PRESENTA LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE, COSA FACCIAMO?	l' addizione
SE IL PROBLEMA CI METTE DI FRONTE ALLO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE, COSA FACCIAMO?	la moltiplicazione
5. TOCCATE IL PROBLEMA a. QUAL'È IL NUMERO DELLA PRIMA PILA?	6
GUARDATE LE ALTRE PILE. ABBIAMO A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE?	sì
ALLORA IN CHE MODO POSSIAMO TROVARE IL TOTALE?	moltiplicando
Passare al passo sei o sette.	
6. Passi relativi alla moltiplicazione.	
CON QUALE NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE ABBIAMO A CHE FARE?	6
QUANTE VOLTE NOI INCONTRIAMO IL SEI?	3
ALLORA QUALE OPERAZIONE DOVREMO SCRIVERE?	6 x 3
SCRIVETELA E TROVATE IL TOTALE (pausa). QUANTI SONO IN TUTTO?	18
7. Passi realtivi all'addizione.	
NOI FACCIAMO L'ADDIZIONE. QUALI NUMERI ADDIZIONIAMO?	
SCRIVETE L'OPERAZIONE E TROVATE IL TOTALE (pausa). QUANTI SONO IN TUTTO?	
Ripetete i passaggi da 1 a 7 con i problemi rimanenti.	

Parte C: scheda di lavoro meno strutturata

1. SE UN PROBLEMA HA A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO PIÙ VOLTE, COSA POSSIAMO FARE?	la moltiplicazione
SE UN PROBLEMA NON HA A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE, COSA POSSIAMO FARE?	l'addizione
2. TOCCATE IL PROBLEMA _____ FACCIAMO LA MOLTIPLICAZIONE O L'ADDIZIONE? (fate una pausa e date un segnale)	
COME FATE A SAPERLO?	
SCRIVETE L'OPERAZIONE.	
COSA AVETE SCRITTO?	
RISOLVETE IL PROBLEMA (pausa). QUANTI SONO IN TUTTO?	
3. Ripetete il passo 2 con i restanti problemi.	

Strategia

I problemi verbali di moltiplicazione sono presentati circa una settimana dopo che lo schema sui prerequisiti è stato presentato per la prima volta. Ricordate che gli allievi devono presentare una percentuale di successo dell'80-90% nei problemi verbali di addizione e sottrazione prima di affrontare la moltiplicazione. Lo schema per l'intervento didattico è riportato nella figura 4. Gli esempi vanno scelti con molta attenzione. Dovrebbe esserci un numero all'incirca uguale di problemi di addizione e di moltiplicazione, con l'aggiunta di alcuni problemi di sottrazione. I problemi dovrebbero limitarsi a considerare solo gli aspetti di base della moltiplicazione che gli allievi già hanno dimostrato di padroneggiare.

Figura 4

Schema per i problemi di moltiplicazione

Parte A: discriminazione tra addizione e moltiplicazione

Insegnante	Allievi
1. IO NOMINERÒ LE PARTI DI UN PROBLEMA. VOI MI DOVRETE DIRE SE SI TRATTA DI UN PROBLEMA DI MOLTIPLICAZIONE. RICORDATE CHE IL PROBLEMA DI MOLTIPLICAZIONE HA A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE.	
2. ATTENTI. CI SONO 5 ALLIEVI IN CIASCUNA FILA. CI SONO 6 FILE. ATTENTI DI NUOVO. Ripetete il problema. IL PROBLEMA HA A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE?	sì
ALLORA POSSIAMO TROVARE IL TOTALE FACENDO LA MOLTIPLICAZIONE?	sì
COME FATE A CAPIRLO?	il problema ha a che fare con lo stesso numero ripetuto più volte
Ripetete il passaggio n. 2 con questi problemi:	
Pamela ha 4 fratelli. Lei ha 3 sorelle.	
Carlo ha corso per 7 chilometri lunedì e per 3 chilometri martedì. Gianni ha corso per 7 chilometri al giorno per 3 giorni.	
Carlo guadagna 5 stelle ogni giorno che scrive con una bella scrittura. Ha scritto bene per 3 giorni.	
Giulio ha vinto 8 stelle rosse. Ci sono 4 stelle gialle.	
Ci sono 5 bambini in ogni fila. Ci sono 4 file.	
Ci sono 5 bambini in una fila e 4 in un'altra.	

Parte B: scheda strutturata

Carlo compra 2 figurine ogni volta che va nel negozio. È andato nel negozio per 6 volte. Quante figurine ha comprato?

Insegnante	Allievi
_____	
Carlo aveva 2 figurine. È andato al negozio ed ha comprato 6 figurine. Quante figurine ha lui adesso?	
_____	
1. TOCCA IL PROBLEMA _____	
2. LEGGI IL PROBLEMA	
3. IO RIPETERÒ IL TESTO DEL PROBLEMA ANCORA UNA VOLTA. ASCOLTA E PENSA SE ESSO HA A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE. Ripetete ad alta voce il testo del problema.	
4. IL PROBLEMA HA A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE? (fate una pausa e date un segnale)	sì
5. ALLORA PUÒ ESSERE UN PROBLEMA DI MOLTIPLICAZIONE?	sì
6. COME HAI FATTO A CAPIRLO?	ha a che fare con lo stesso numero ripetuto più volte
GIUSTO. ESSO FA RIFERIMENTO A DUE FIGURINE RIPETUTE PIÙ VOLTE.	
7. QUALE OPERAZIONE DEVI SCRIVERE PER TROVARE LA RISPOSTA?	2 x 6
8. SCRIVI L'OPERAZIONE E INDOVINA LA RISPOSTA (pausa). QUAL'È LA RISPOSTA? SCRIVILA DENTRO IL QUADRATO.	12
9. ORA LEGGI L'ULTIMA FRASE DEL PROBLEMA PER SCOPRIRE A QUALE PAROLA FA RIFERIMENTO LA RISPOSTA (pausa). A COSA FA RIFERIMENTO LA RISPOSTA?	figurine
SCRIVI LA PAROLA VICINA AL QUADRATO. DÌ L'INTERA RISPOSTA	12 figurine
Ripetete i passaggi da 1 a 9 con i problemi rimanenti.	

Parte C: scheda di lavoro meno strutturata

1. TOCCA IL PROBLEMA a. LEGGI IL PROBLEMA.

2. PENSA. SI TRATTA DI UN PROBLEMA DI MOLTIPLICAZIONE? (fate una pausa e date un segnale)

Insegnante	Allievi
PER CORREGGERE: Ripetete il problema. IL PROBLEMA HA A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE? COME FAI A SCOPRIRLO?	
3. QUALE OPERAZIONE DEVI SCRIVERE? (fate una pausa e date un segnale). SCRIVI L'OPERAZIONE E RISOLVI IL PROBLEMA.	
4. QUAL'È LA RISPOSTA? TROVA LA PAROLA CHE FA PARTE DELLA RISPOSTA. PER CORREGGERE: Fate leggere agli allievi l'ultima parte del problema.	
5. DIMMI LA RISPOSTA COMPLETA.	

Si dovrebbe anche controllare con attenzione la sequenza secondo la quale vengono presentati i problemi di moltiplicazione. Quando viene presentata per la prima volta la moltiplicazione, tutti i problemi di moltiplicazione dovrebbero contenere le parole «ciascuno» o «ognuno». Alcune settimane dopo potranno essere introdotti problemi di moltiplicazione che non contengono queste parole. Questi ultimi problemi dovrebbero però contenere frasi come: «in una scatola», «in una borsa», «una dozzina». Altre parole che a volte indicano problemi di moltiplicazione sono «al» (per es. al giorno, al miglio) e «in media» (p. es. in media 3 al giorno). Quando si presentano i problemi di moltiplicazione senza le parole «ciascuno» e «ognuno», l'insegnante utilizza lo schema della figura 4 dedicando alcuni giorni alla parte A che insegna agli allievi ad identificare i problemi che hanno a che fare con lo stesso numero ripetuto più volte. L'insegnante dovrebbe presentare numerose coppie di problemi scarsamente differenti tra loro come quelli sotto esemplificati. Dei due problemi che riportiamo qui di seguito, il primo fa riferimento allo stesso numero ripetuto più volte, il secondo no.

a. «Ci sono 5 pesci in una borsa. Aldo ha 4 borse. Quanti pesci ha?»
b. «Aldo ha 5 pesci in una borsa. Se ne ha messi altri 4 nella borsa, quanti pesci ha Aldo?»

I problemi di moltiplicazione con fattori a più cifre dovrebbero essere presentati dopo che gli allievi riescono a risolvere i problemi con numeri più piccoli e possono risolvere operazioni con un fattore a più cifre. Occorre poco insegnamento aggiuntivo per questo tipo di problemi. L'unica guida aggiuntiva che l'insegnante dovrà fornire consisterà nel dirigere l'allievo a scrivere il fattore ad una cifra sotto quello a più cifre quando imposta l'operazione. Per esempio nel risolvere questo problema:

«Aldo ha comprato 125 scatole di filo. Ogni scatola contiene 5 fili. Quanti fili ha comprato?»

L'allievo dovrà scrivere il 5 sotto il 125:

125 x
5 =

Problemi verbali che richiedono la divisione

I problemi che richiedono la divisione comprendono tre principali tipi di problemi: (a) problemi con la parola «dividi» o con la frase «dividi in parti uguali», che chiaramente fanno riferimento alla divisione; (b) problemi che non contengono parole che indichino con chiarezza la divisione e (c) problemi col resto.

I problemi con la parola «dividere», e le frasi «spartire» o «distribuire in parti uguali» possono essere presentati quando gli allievi conoscono circa 25-30 situazioni di base riguardanti la divisione e sono in grado di risolvere problemi verbali che richiedano

l'addizione, la sottrazione e la moltiplicazione.

I problemi più difficili di divisione, quelli che non contengono le parole «dividere», «spartire» o «distribuire in parti uguali», dovrebbero essere introdotti in tempi successivi. Gli allievi dovrebbero essere in grado di lavorare su problemi di moltiplicazione che comprendono un fattore a due cifre (p. es. 5 x 35) prima della presentazione dei più difficili problemi sulla divisione. La maggior parte dei primi problemi presentati relativi alla divisione avranno un divisore ad una cifra e un dividendo a due cifre, per es. «Carlo corre 5 chilometri al giorno. Quanto gli ci vorrà per correre 35 chilometri?» Sulle schede si dovrebbero trovare problemi di moltiplicazione con numeri simili allo scopo di prevenire l'elaborazione, da parte degli allievi, della regola errata secondo la quale i problemi di divisione sono quelli con i numeri più grandi (p. es. se appaiono i numeri 5 e 35, l'allievo non esamina il problema con attenzione ma suppone sia un problema di divisione).

I problemi col resto saranno introdotti quando gli allievi avranno appreso a risolvere i problemi di divisione senza il resto.

Prerequisiti

Si dovrebbero presentare e svolgere esercitazioni secondo lo schema didattico presentato nella figura 5 alcune settimane prima di presentare i problemi verbali sulla divisione.

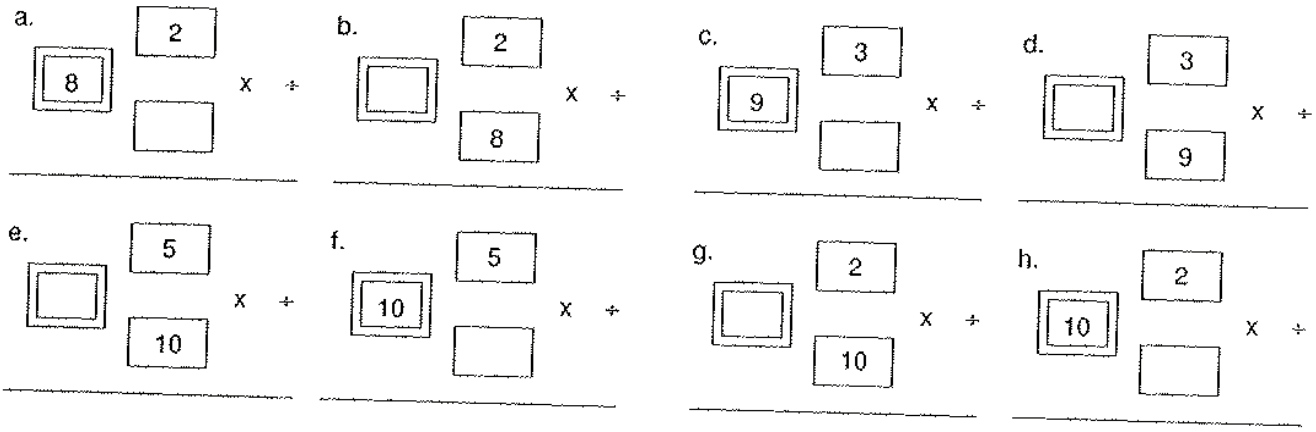
Figura 5

Schema relativo ai prerequisiti
Determinazione del numero mancante nell'ambito di una struttura:
Moltiplicazione/divisione

Parte A: scheda strutturata

Insegnante

Consegna agli allievi una scheda con un insieme di problemi simili a quelli sotto riportati.

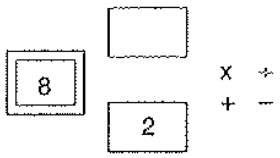


3. CI TROVIAMO DI FRONTE AD ALCUNE NUOVE REGOLE CHE RIGUARDANO I PROBLEMI RELATIVI ALLO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE. SE VIENE DATO IL NUMERO GRANDE, SI TRATTA DI UN PROBLEMA DI DIVISIONE. SE IL NUMERO GRANDE NON VIENE DATO, SI TRATTA DI UN PROBLEMA DI MOLTIPLICAZIONE. ORA ESAMINIAMO QUESTE REGOLE RELATIVE AI PROBLEMI

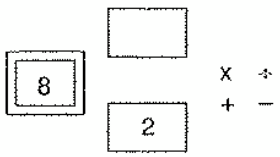
Insegnante	Allievi
CHE HANNO A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE. ESSE SONO MOLTO IMPORTANTI. SE IL PROBLEMA CI DÀ IL NUMERO GRANDE, CHE TIPO DI PROBLEMA È?	di divisione
SE IL PROBLEMA NON CI DÀ IL NUMERO GRANDE, CHE TIPO DI PROBLEMA È?	di moltiplicazione
2. TOCCARE IL PROBLEMA a.	
3. SE UN PROBLEMA HA A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE ESSO PUÒ ESSERE DI MOLTIPLICAZIONE O DI DIVISIONE. SE UN PROBLEMA HA A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE PUÒ ESSERE DI...	moltiplicazione o divisione
4. GUARDATE I QUADRATI. IL NUMERO GRANDE VIENE DATO O NO?	viene dato
5. IL NUMERO GRANDE VIENE DATO, PER CUI CHE TIPO DI PROBLEMA È?	di divisione
6. SÌ. SCRIVETE SULLA RIGA IL 2 VA NELL'OTTO	gli allievi scrivono 2 8
7. QUANTE VOLTE IL DUE VA NELL'OTTO?	4
ALLORA QUAL'È IL NUMERO MANCANTE?	4
SCRIVETE 4 NEL QUADRATO.	
Ripetete i passaggi da 1 a 7 con circa 6 problemi, quindi fate sì che gli allievi continuino da soli.	

Parte B: scheda meno strutturata

1. Il problema ha a che fare con lo stesso numero ripetuto più volte.

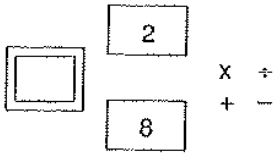


2. Il problema non ha a che fare con lo stesso numero ripetuto più volte.

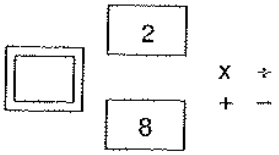


Insegnante **Allievi**

3. Il problema ha a che fare con lo stesso numero ripetuto più volte.



4. Il problema non ha a che fare con lo stesso numero ripetuto più volte.



1. SE UN PROBLEMA HA A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE ALLORA È O... (segnale) QUESTA È UNA NUOVA REGOLA. SE UN PROBLEMA NON HA A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE, ALLORA È O UN PROBLEMA DI ADDIZIONE O UNO DI SOTTRAZIONE. SE UN PROBLEMA NON HA A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE ALLORA È O... (segnale)	di moltiplicazione o di divisione di addizione o di sottrazione
2. TOCCATE IL PROBLEMA a. LEGGETE IL PROBLEMA. IL PROBLEMA HA A CHE FARE CON LO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE, QUINDI È O... (segnale)	di moltiplicazione o di divisione
3. FATE UN CERCHIO ATTORNO A QUESTI SEGNI ORA GUARDATE I QUADRATI. IL NUMERO GRANDE È DATO O NO? IL NUMERO GRANDE È DATO QUINDI QUESTO È UN PROBLEMA DI MOLTIPLICAZIONE O DI DIVISIONE? (fate una pausa e date un segnale)	gli allievi cerchiano x ÷ viene dato di divisione
4. QUALE OPERAZIONE SCRIVETE? SCRIVETE L'OPERAZIONE.	il 2 va nell'otto
5. RISOLVETE IL PROBLEMA (pausa). QUAL'È LA RISPOSTA? SCRIVETELA NEL QUADRATINO.	4

Problemi di divisione con parole chiave

I problemi con le parole «dividere», «suddividere» o «spartire in parti uguali» si rivelano chiaramente come problemi di divisione. Non è richiesta alcuna procedura elaborata di insegnamento per presentare questi problemi. L'insegnante semplicemente spiega che «suddividere» o «spartire in parti uguali» significano fare la divisione, funge da modello su parecchi problemi, quindi fornisce schede esercitative in cui il tipo più semplice di problema con la divisione viene affiancato a problemi di addizione, sottrazione e moltiplicazione.

Problemi di divisione senza parole chiave

I problemi nei quali non si trovano parole chiave che indirizzino verso la divisione vengono presentati molte settimane dopo che sono stati presentati i tipi più semplici di divisione. La strategia comprende tre passaggi. In primo luogo l'allievo definisce se il problema ha a che fare con lo stesso numero ripetuto più volte. Se è così, esso richiede o la moltiplicazione o la divisione. In secondo luogo l'allievo individua quale è il gruppo di oggetti o di eventi che nel problema viene ripetuto più volte. La quantità che viene ripetuta nel problema sotto riportato è 5: «Carla aggiusta 5 auto ogni mattina. Quante mattine ci vorranno perché lei aggiusti 54 automobili?»

Nel terzo passo, l'allievo determina se il problema richiede una divisione facendo attenzione al fatto se il numero totale di oggetti con cui il problema ha a che fare viene dato o meno. Nel caso sopra riportato, il totale delle auto viene riportato per cui il problema richiede la divisione. Dall'altro lato, il problema riportato qui di seguito non dà il numero totale delle auto, per cui richiede la moltiplicazione: «Carla aggiusta 5 auto al giorno. Quante automobili lei aggiusterà in 54 giorni?»

Lo schema seguito per insegnare i problemi di divisione che non comprendono una frase chiave è riportato nella figura 6.

Figura 6

Schema per i problemi verbali di divisione senza parole chiave

Parte A: prerequisiti

Insegnante	Allievi
1. CARLO CORRE PER 5 CHILOMETRI OGNI GIORNO. QUALE PAROLA VIENE PRIMA DI OGNI?	chilometri
QUESTA È LA COSA CUI FA RIFERIMENTO PIÙ VOLTE IL PROBLEMA. A COSA FA RIFERIMENTO PIÙ VOLTE IL PROBLEMA?	ai chilometri
2. IL NUMERO GRANDE CI DIRÀ QUANTI SONO IN TUTTO I CHILOMETRI. COSA CI DIRÀ IL NUMERO GRANDE?	quanti sono in tutto i chilometri
Ripetete i passaggi 1 e 2 con:	
Mario cuoce 10 dolci ogni giorno.	
Ci sono 6 bambini in ogni fila.	
3. ATTENTI. MARIO CUOCE 10 DOLCI OGNI GIORNO. QUAL È LA COSA RIPETUTA PIÙ VOLTE CUI IL PROBLEMA SI RIFERISCE?	i dolci
PER CORREGGERE: COSA SI TROVA DAVANTI AD OGNI?	
ALLORA IL NUMERO GRANDE CI DIRÀ... (date un segnale)	quanti sono i dolci in tutto
PER CORREGGERE: Date la risposta, ripetete di nuovo il passo.	
Ripetete il passo 3 con:	
Ogni mela costa 20.000 lire.	
Ci sono 6 chiodi su ogni asse.	
Ci sono 5 ragazze in ogni squadra.	
Gianna ha totalizzato 12 punti in ogni gioco.	

Parte B: scheda strutturata

Insegnante

Allievi

Date agli allievi una scheda con un insieme di problemi di moltiplicazione e divisione strutturati come quelli sotto riportati.

a. Aldo ha corso per 5 chilometri ogni giorno. Quanti giorni gli ci vorranno per correre per 30 chilometri?

x ÷
+ −

☐ _____

b. Maria è cresciuta di 3 centimetri ogni anno. Di quanti centimetri crescerà in 12 anni?

x ÷
+ −

☐ _____

1. TOCCATE IL PRUBLEMA a. ORA LEGGO IL PROBLEMA. FATE ATTENZIONE SE SI RIFERISCE AD UNO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE. ALDO CORRE PER 5 CHILOMETRI OGNI GIORNO. QUANTI GIORNI GLI CI VORRANNO PER CORRERE PER 30 CHILOMETRI? QUESTO PROBLEMA SI RIFERISCE AD UNO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE?

sì

2. QUESTO PROBLEMA FA RIFERIMENTO AD UNO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE. ALLORA SARÀ O... (fate un segnale)
   FATE UN CERCHIO ATTORNO AI SEGNI DI MOLTIPLICAZIONE E DI DIVISIONE.

di moltiplicazione o divisione

3. ALDO CORRE PER 5 CHILOMETRI OGNI GIORNO. A CHE COSA NOI FACCIAMO RIFERIMENTO PIÙ VOLTE?
   ALLORA IL NUMERO GRANDE SI RIFERIRÀ...

ai chilometri

a quanti chilometri ha corso in tutto

   PER CORREGGERE: QUALE PAROLA VIENE PRIMA DI OGNI? ALLORA IL NUMERO GRANDE CI DIRÀ QUANTI CHILOMETRI HA CORSO IN TOTALE.

4. IL PROBLEMA CHIEDE QUANTI GIORNI GLI CI VORRANNO PER CORRERE PER 30 CHILOMETRI. IL PROBLEMA CI DICE QUANTI CHILOMETRI HA CORSO IN TUTTO?

sì

   IL PROBLEMA CI DICE QUANTI CHILOMETRI EGLI HA CORSO IN TUTTO. IL NUMERO GRANDE VIENE DATO O NO?

viene dato

   ALLORA CHE TIPO DI PROBLEMA È QUESTO?

di divisione

5. QUALE OPERAZIONE SCRIVERETE? (fate una pausa e date un segnale)
   SCRIVETE L'OPERAZIONE E TROVATE LA RISPOSTA (fate una pausa).

5 va nel 30

6. QUAL È LA RISPOSTA?

6

7. LEGGETE DI NUOVO L'ULTIMA FRASE (fate una pausa). A COSA SI RIFERISCE IL 6?

ai giorni

Insegnante | **Allievi**

SCRIVETE LA PAROLA GIORNI DOPO IL NUMERO 6. DITE L'INTERA RISPOSTA.

Ripetete i passi da 1 a 7 con altri 5 problemi, quindi lasciate che i ragazzi completino da soli quelli che restano.

Parte C: scheda di lavoro meno strutturata

Date agli allievi una scheda con un insieme di problemi verbali di divisione (1/3), moltiplicazione (1/3) e addizione e sottrazione (1/3) scritti nella forma seguente:

a. Sara costruisce con la sua macchina 7 martelli ogni ora. Quante ore le ci vorranno per fare 28 martelli?

x ÷

[ ] ________ + − ________

1. TOCCATE IL PROBLEMA a. LEGGETE IL PROBLEMA.

2. IL PROBLEMA RICHIEDE... (segnale)

   Allievi: la moltiplicazione o la divisione

   CERCHIATE QUESTI SEGNI

   PER CORREGGERE: IL PROBLEMA FA RIFERIMENTO ALLO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE?

   Allievi: sì

   ALLORA È UN PROBLEMA... (fate un segnale)

   Allievi: di moltiplicazione o divisione

   CERCHIATE QUESTI SEGNI.

3. LEGGETE DA SOLI IL PROBLEMA. FATE ATTENZIONE SE IL NUMERO GRANDE VIENE DATO (fate una pausa).

   IL NUMERO GRANDE VIENE DATO O NO?

   Allievi: viene dato

   PER CORREGGERE: in riferimento ai problemi di moltiplicazione o divisione: QUALE PAROLA VIENE PRIMA DI OGNI?

   ALLORA IL NUMERO GRANDE SARÀ RIFERITO AI MARTELLI?

   IL PROBLEMA DICE QUANTI SONO I MARTELLI IN TUTTO?

   ALLORA IL NUMERO GRANDE VIENE DATO O NO?

4. DI CHE TIPO DI PROBLEMA SI TRATTA? (fate una pausa e date un segnale)

   Allievi: di divisione

   PER CORREGGERE: I PROBLEMI CHE FANNO RIFERIMENTO ALLO STESSO NUMERO RIPETUTO PIÙ VOLTE SONO DI MOLTIPLICAZIONE O DI DIVISIONE. IL NUMERO GRANDE VIENE DATO, PER CUI QUESTO È UN PROBLEMA DI DIVISIONE O DI MOLTIPLICAZIONE?

5. SCRIVETE L'OPERAZIONE E TROVATE LA RISPOSTA (pausa). RICORDATE DI SCRIVERE LA PAROLA CUI LA RISPOSTA FA RIFERIMENTO.

   Ripetete i passi da 1 a 5 con i problemi restanti.

Un tipo diverso di problema è quello nel quale si dice all'allievo il numero degli oggetti e quello dei gruppi e si chiede di trovare il numero degli oggetti di ciascun gruppo, come nell'esempio che segue:

«Ci sono 90 allievi nella scuola. Ci sono 6 classi. Ciascuna ha lo stesso numero di allievi. Quanti allievi ci sono in ciascuna classe?»

Questo tipo di problema dovrebbe essere presentato dopo che gli allievi hanno padroneggiato i problemi in cui viene data la numerosità di ciascun gruppo. Quando presenta questi problemi, l'insegnante guida gli allievi a determinare che il problema richiede la divisione dal momento che dà il numero grande. Di seguito diamo un esempio di come fare questo:

«Aldo ha guidato per 75 chilometri in 5 giorni. Per quanti chilometri ha guidato ogni giorno?»

Insegnante:

«Il problema richiede una moltiplicazione o una divisione dal momento che ha a che fare con lo stesso numero ripetuto più volte. "Per quanti chilometri ha guidato" sono le parole che si trovano prima della parola "ogni".»

«Quali parole si trovano prima di ogni?»

«Quindi cosa dirà il numero più grande?»

«Il problema ci dice quanti chilometri ha guidato in totale?»

«Allora è un problema di divisione o di moltiplicazione?»

Problemi di divisione col resto

Alcuni problemi verbali di divisione implicano l'uso del resto.

Sotto è riportato un problema del genere:

«Nella nostra classe ci sono 17 ragazze. Quanti gruppi di 5 giocatori possono formare?»

Nel risolvere questi problemi gli allievi dovrebbero comprendere che non vengono usati tutti gli elementi dell'insieme totale.

I problemi di divisione col resto possono essere presentati dopo che gli allievi sono in grado di risolvere semplici problemi verbali di divisione con le parole «dividere», «spartire» o «suddividere in parti uguali». Uno schema per la presentazione dei problemi col resto dovrebbe iniziare con un diagramma che illustri la situazione

𝍸 𝍸 𝍸 ||

Per esempio, l'insegnante presenta il problema: «Ci sono 17 ragazze. Noi vogliamo fare delle squadre. Ogni squadra sarà composta da 5 ragazze. Quante squadre faremo?» L'insegnante traccia 17 linee spiegando che ciascuna di esse sta per una delle allieve della classe. L'insegnante disegnerà un cerchio attorno ad ogni gruppo di 5 linee, sottolineando che si potranno fare solo tre gruppi. Restano fuori 2 ragazze. Quindi l'insegnante distribuisce agli allievi delle schede con problemi che pongono due domande: il numero dei gruppi che possono essere costituiti e il numero degli elementi che restano fuori.

L'errore più frequente che gli allievi commettono è quello di considerare il resto come il numero dei gruppi. Per ridurre la probabilità di emissione di questo errore, l'insegnante dovrebbe sottolineare la differenza tra il numero dei gruppi e il resto.

Verifica autonoma

Come passo finale nella soluzione dei problemi, gli allievi dovrebbero rileggere il problema per decidere se la risposta da loro individuata è sensata. Questo passo diventa particolarmente importante una volta che agli allievi sono state sottoposte schede contenenti un insieme di problemi di addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione.

La procedura di autocontrollo può venire suggerita mediante un esercizio in cui si dà agli allievi una scheda contenente diversi problemi. L'insegnante

quindi dà una risposta e chiede se questa è sensata. Per esempio, con questo problema:

«Anna ha corso 5 chilometri al giorno. Ha corso per 10 giorni. Per quanti chilometri ha corso in tutto?»

L'insegnante potrebbe dire: «Un allievo ha detto che la risposta era 2 chilometri. Può essere?»

«No.»

«Perché?»

«Ha corso 5 chilometri al giorno. Il problema chiede per quanti chilometri ha corso in tutto. Noi sappiamo che la risposta deve essere maggiore di 5 dal momento che ha corso per 5 chilometri al giorno.»

Problemi che richiedono diversi passaggi

I problemi verbali con più passaggi contengono tre o più quantità, tutte necessarie per il calcolo della risposta. Tre fattori influenzano la difficoltà dei problemi con più passaggi: (a) il numero delle quantità; (b) il numero delle differenti operazioni richieste; (c) l'ordine in cui sono fornite le informazioni. Un elenco dei diversi tipi di problemi con più passaggi è riportato all'interno della figura 2. La procedura didattica comprende il modellamento e la verifica di ciascun passaggio nel corso della procedura di soluzione del problema.

Una regola importante per questo tipo di problemi è che addizione e sottrazione precedono moltiplicazione e divisione. L'insegnante dovrebbe modellare la regola e quindi presentare diversi problemi che richiedono più passaggi, dicendo in anticipo agli allievi di addizionare e sottrarre prima di moltiplicare e dividere e quindi controllando il lavoro degli allievi.

Distrattori

Un distrattore è una quantità menzionata in un problema verbale che non ha alcuna importanza per il calcolo della risposta. La procedura didattica richiede in primo luogo di richiedere agli allievi che cosa o che evento devono immaginare come soluzione. Quindi l'insegnante può chiedere di cancellare con una croce i numeri che non hanno nulla a che fare con quanto viene chiesto.

Gli allievi quindi eseguono il calcolo della risposta utilizzando i numeri restanti.

Diagnosi e recupero

Gli insegnanti dovrebbero verificare le schede degli allievi quotidianamente. Questo controllo consentirà di stabilire se gli allievi hanno bisogno o meno di ulteriore insegnamento su una qualunque abilità precedentemente insegnata. Nel corso della verifica, gli insegnanti dovrebbero cercare di capire per quali precisi motivi l'allievo ha sbagliato nel risolvere un problema. È molto importante determinare il motivo specifico per cui un allievo ha commesso un errore, dal momento che la procedura di recupero dipende dalla causa dell'errore.

Motivazione

Gli allievi possono affrontare male i problemi verbali perché li considerano sbrigativamente, senza leggerli con attenzione. Nel valutare le carenze nelle varie abilità, gli insegnanti dovrebbero sempre tenere in considerazione la motivazione. Se l'insegnante ritiene che la motivazione possa trovarsi alla base della scarsa prestazione dell'allievo, dovrebbe fare attenzione ai modi in cui si potrebbero potenziare le conseguenze positive per una prestazione adeguata. Solo se dispone di un sistema motivazionale efficace l'insegnante può avere la certezza che il lavoro del ragazzo rifletta le abilità da questi effettivamente possedute.

Possibili cause di errori

Ci sono tre possibili cause di errore nei problemi verbali: (a) errori di decodifica; (b) errori di traduzione; (c) errori di calcolo. È più facile definire il motivo specifico di un errore se gli allievi scrivono sulla scheda le operazioni da loro effettuate per risolvere il problema. Per questo gli insegnanti dovranno chiedere agli allievi di scrivere tutti i loro calcoli sulla scheda.

Errori di decodifica

La decodifica è alla base degli errori quando gli allievi leggono in modo scorretto una o più parole del testo, e tale lettura spiega l'errore commesso. Gli insegnanti che lavorano con allievi che hanno difficoltà nella decodifica dovrebbero presentare parole difficili da decodificare nel corso degli esercizi eseguiti alla lavagna prima che gli allievi incontrino quelle stesse parole nei problemi scritti. Nell'esercizio di decodifica, l'insegnante scrive le parole sulla lavagna, quindi chiede all'allievo di leggere la lista. Gli insegnanti che lavorano con bambini che hanno grandi difficoltà di decodifica dovrebbero evitare di richiedere loro la lettura dei problemi, ma dovrebbero invece leggerli essi stessi agli allievi.

Errori di traduzione

Gli errori di traduzione si verificano quando l'allievo fa ricorso all'operazione errata: addiziona invece di sottrarre, moltiplica invece di dividere. Gli errori di traduzione sono a volte causati dal fatto che l'allievo non conosce il significato di una parola chiave del problema. L'insegnante può rendersi conto se una carenza di vocabolario è alla base dell'errore chiedendo all'allievo cosa significhino le parole difficili. Gli insegnanti che lavorano con allievi che hanno una limitata conoscenza del vocabolario dovrebbero insegnare il significato dei termini meno consueti prima che gli allievi si trovino ad avere a che fare con problemi verbali contenenti questi termini. Molto più seri sono gli errori di traduzione che non derivano da una carenza di vocabolario ma che dipendono semplicemente dal fatto che l'allievo non traduce il problema nell'espressione matematica corretta.

La procedura di recupero comincia con la determinazione da parte dell'insegnante del tipo di problema verbale mal compreso. Dopo questo l'insegnante esamina le schede dell'allievo per vedere se vengono sbagliati anche altri problemi dello stesso tipo. Se possibile, l'insegnante effettua lo stesso controllo sulle schede dei giorni precedenti.

Nel caso l'allievo commetta oltre il 20% di errori in un particolare tipo di problema, allora si richiede l'impostazione di una procedura specifica di recupero. L'intensità della procedura di recupero dipende dalla debolezza relativa delle prestazioni dell'allievo. Se l'allievo sbaglia proprio il 20% dei problemi di un tipo particolare, l'insegnante dovrebbe far ricorso ad un particolare esercizio su schede in cui si fa riferimento alla parte meno strutturata dello schema didattico già impiegato per quel particolare tipo di problema. La scheda dovrebbe comprendere circa 10 problemi, metà dei quali sono del tipo preso di mira e l'altra metà di un tipo simile. L'approccio meno strutturato viene utilizzato finché l'allievo non presenta un tasso di successo del 90% per parecchie lezioni di fila. Se lo studente sbaglia oltre il 30% delle prove relative ad un particolare tipo di problema, allora la procedura di recupero parte dalla parte A dello schema didattico relativo a quel tipo di problema.

Errori di calcolo

Un errore di calcolo si verifica quando l'allievo traduce il problema nella giusta sequenza di operazioni ma commette un errore nell'individuazione del-

la risposta. Se l'errore è dovuto esclusivamente ad uno sbaglio nel calcolo, la procedura di recupero non farà alcun riferimento allo schema didattico utilizzato nell'insegnare il problema. Invece l'insegnante verificherà se l'allievo stia avendo difficoltà di un certo rilievo in quello specifico tipo di calcolo e, se necessario, procede ad un nuovo intervento didattico in merito alla strategia specifica. Se un errore di calcolo è collegato ad un errore connesso ad un concetto di base, la strategia didattica farà riferimento a quel concetto specifico.

Se la prestazione dell'allievo indica una mancanza di preparazione rispetto ad una particolare abilità componente o strategia (per esempio l'uso del riporto,oppure le divisioni con zero come ultimo numero del quoziente) l'insegnante dovrebbe sottoporre a verifica l'allievo su quel particolare tipo di problemi, quindi procedere, se del caso, ad un intervento didattico mirato su quella specifica abilità o strategia.

BIBLIOGRAFIA

AIKEN L.R. (1971), Verbal factors and mathematical learning: a review of research, **Journal for research in matematical education**, 2, 304-313.

ASHLOCK R.B. (1976), **Error patterns in computation: a semi programmed approach**, Merrill, Columbus, Ohio.

BALOW I.H. (1964), Reading and computation ability as determinants of problem solving in arithmetic, **Journal of Educational Research**, 11, 18-22.

BASSLER O.C., BEERS M.I. e RICHARDSON L. (1975), Comparison of two instructional strategies for teaching the solution of verbal problems, **Journal for research in mathematical education**, 6, 171-177.

BLANKESHIP C. e LOVITT T. (1976), Story problems: merely confusing or downright befuddling, **Journal for research in mathematical education**, 7, 290-298.

BROWNELL W. e CARPER D.V. (1943), Learning the moltiplication combinations, **Duke University Studies in Education**, 1-177.

CARNINE D.W. (1980), Preteaching versus concurrent teaching of the component skills of a multiplication algorithm, **Journal for research in mathematical education**, 11, 375-378.

ENGELMANN S. (1969), **Conceptual learning**, Dimensions Publishing Co, San Rafael, Calif.

GOODSTEIN H.A., BESSANT H., THIBODEAU G., VITELLO S. e VLAHAKOS I. (1972), The effects of three variables on the verbal problem solving of educable mentally handicapped children, **American Journal of Mental Deficiency**, 76, 703-709.

JERMAN M. e REES R. (1974), Predicting the relative difficulty of verbal arithmetic problems, **Educational Studies in Mathematics**, 4, 306-323.

KNIFONG J.D. e HOLTAN B. (1976), An analysis of children's written solutions to word problems, **Journal for research in mathematical education**, 7, 106-112.

ROSENTHAL D.J. e RESNICK L.B. (1974), Children's solution processes in arithmetic word problems, **Journal of Educational Psychology**, 66, 817-825.

SEDLACK R.A. (1974), Performances of poor and good problem solvers on arithmetic word problems presented in a modified cloze format, **Journal of Educational Research**, 67, 467-471.

THIBODEAU G.P. (1974), Manipulation of numerical presentation in verbal problems and its effect on verbal problem solving among EMH children. **Education and Training of the Mentally Retarded**, 9, 9-14.

VANDERLINDE L.F. (1964), Does the study of quantitative vocabulary improve problem solving? **The Elementary School Journal**, 65, 143-152.

WILSON J. (1967), The role of structure in verbal problem solving, **The Arithmetic Teacher**, 14, 486-496.